

Este livro é o resultado duma compilação de apontamentos e notas de apoio às aulas de *Mecânica dos Sólidos*, *Resistência de Materiais* e outras disciplinas afins, os quais têm vindo a ser sucessivamente ampliados e aperfeiçoados durante os últimos vinte e cinco anos em que o autor tem leccionado aquelas disciplinas em cursos de licenciatura e de mestrado na FEUP.

O livro está estruturado de tal maneira que os conceitos básicos são apresentados duma forma clara e sistemática, tendo havido a preocupação de evitar tratamentos matemáticos complicados. Especialmente orientado para a formação de alunos de engenharia, o livro pode servir de apoio a qualquer disciplina de introdução à *Mecânica dos Sólidos*, incluindo também algumas aplicações importantes ao projecto de elementos estruturais típicos de engenharia mecânica, civil e outras especialidades afins.

Embora dando ênfase à utilização dos conceitos e das equações da *Teoria da Elasticidade* clássica para obtenção de soluções por via analítica, foi feito um esforço no sentido de ilustrar a sua aplicação a problemas correntes de engenharia. Por outro lado, o tratamento teórico adoptado constitui um suporte essencial ao desenvolvimento de outras técnicas de abordagem dos problemas de projecto e análise estrutural recorrendo, nomeadamente, à utilização dos métodos numéricos.

J.F. SILVA GOMES

## MECÂNICA DOS SÓLIDOS E RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

# MECÂNICA DOS SÓLIDOS E RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

J.F. SILVA GOMES

ISBN: 972-8826-06-0

EDIÇÕES  
INEGI

EDIÇÕES INEGI

# Mecânica dos Sólidos e Resistência dos Materiais

J.F. Silva Gomes

Professor Catedrático

Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

Edições INEGI

Porto, 2004

Edição e Distribuição  
INEGI-Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial  
Rua do Barroco, N°174, 4465-591 Leça do Balio-Portugal  
Tel: +351 22 957 87 10 – E-mail: [inegi@inegi.up.pt](mailto:inegi@inegi.up.pt)  
[www.inegi.up.pt](http://www.inegi.up.pt)

ISBN: 972-8826-06-0

*À minha mulher*  
*M<sup>a</sup> de Fátima*

## PREFÁCIO

Este livro é o resultado duma compilação de apontamentos e notas de apoio às aulas de *Mecânica dos Sólidos*, *Resistência dos Materiais* e outras disciplinas afins que o autor tem vindo a leccionar ao longo dos últimos vinte e cinco anos, em cursos de licenciatura e de mestrado na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

O livro está estruturado de tal maneira que os conceitos básicos são apresentados duma forma clara e sistemática, tendo havido a preocupação de evitar tratamentos matemáticos mais complexos. Especialmente orientado para a formação de alunos de engenharia, o livro pode servir de apoio a qualquer disciplina de introdução à *Mecânica dos Sólidos*, incluindo também algumas aplicações importantes no projecto de elementos estruturais típicos de engenharia mecânica, engenharia civil e outras especialidades.

Embora dando ênfase à utilização dos conceitos e das equações da *Teoria da Elasticidade* clássica para obtenção de soluções por via analítica, foi feito um esforço no sentido de ilustrar a sua aplicação a problemas correntes de engenharia. Por outro lado, o tratamento teórico adoptado constitui um suporte essencial ao desenvolvimento de outras técnicas de abordagem dos problemas de projecto e análise estrutural recorrendo, nomeadamente, à utilização dos métodos numéricos.

Finalmente, é de referir que a estrutura adoptada para o presente livro se enquadra numa tendência actual para a integração das matérias teóricas e fundamentais num contexto mais amplo que inclui a sua aplicação directa a problemas concretos de engenharia. Sendo raras as publicações técnicas e científicas nesta área em português, pensa-se que a edição desta obra constitui uma contribuição importante para o enriquecimento e melhoria do ensino da engenharia em língua portuguesa.

*Porto, Setembro de 2004*  
*J.F. Silva Gomes*

## ÍNDICE

Prefácio	<i>vii</i>
Lista de Símbolos	<i>xvii</i>

### Capítulo I

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
-------------------	----------

### Capítulo II

<b>Análise das Tensões</b>	<b>7</b>
2.1. Introdução	7
2.2. O Conceito de Tensão	8
2.3. Componentes Cartesianas da Tensão	11
2.4. Tensão para uma Orientação Arbitrária	13
2.5. Equações de Equilíbrio	17
2.6. Simetria da Matriz das Tensões	19
2.7. Leis de Transformação das Tensões	20
2.8. Invariantes das Tensões	24
2.9. Tensões Principais	25
2.10. Valores Limites da Tensão Normal	29
2.11. Valores Limites da Tensão de Corte	31
2.12. Tensões Principais Secundárias num Plano	33
2.13. Tensão Hidrostática e Tensões de Desvio	34
2.14. Tensão de Corte Octaédrica	37
2.15. Representação Gráfica de Tensões. Construção de Mohr	38

2.16.	Construção de Swift	43
2.17.	Estado Plano de Tensão	44
2.18.	Círculo de Mohr Para o Estado Plano de Tensão	46
2.19.	Tensões em Coordenadas Cilíndricas	49
2.20.	Problemas	53
2.21.	Bibliografia	56

### **Capítulo III**

<b>Análise das Deformações</b>		<b>57</b>
3.1.	Introdução. Deslocamento e Deformação	57
3.2.	Extensão ou Deformação Linear	59
3.3.	Distorção ou Deformação de Corte	60
3.4.	Matriz das Deformações	60
3.5.	Deformação Linear Segundo uma Direcção Arbitrária	62
3.6.	Deformação de Corte Segundo duas Direcções Ortogonais	63
3.7.	Leis de Transformação das Deformações	64
3.8.	Deformações Principais	66
3.9.	Invariantes das Deformações	68
3.10.	Deformações Principais Secundárias	69
3.11.	Deformação Média e Deformação de Desvio	70
3.12.	Deformações Sobre um Plano	71
3.13.	Valores Estacionários das Deformações	75
3.14.	Deformações Octaédricas	76
3.15.	Equações de Compatibilidade	76
3.16.	Representação Gráfica das Deformações	79
3.17.	Estado Plano de Deformação	81

3.18.	Construções de Mohr para o Estado Plano de Deformação	82
3.19.	Equações das Deformações em Coordenadas Cilíndricas	85
3.20.	Problemas	88
3.21.	Bibliografia	91

## **Capítulo IV**

### **Relações Tensões-Deformações 93**

4.1.	Introdução	93
4.2.	Lei de Hooke Generalizada	94
4.3.	Lei de Hooke para Materiais Isotrópicos	95
4.4.	Módulo de Rigidez	98
4.5.	Módulo de Compressibilidade	98
4.6.	Módulo de Young e Coeficiente de Poisson	99
4.7.	Relações Entre as Diferentes Constantes Elásticas	100
4.8.	Energia Elástica de Deformação	102
4.9.	Componentes da Energia de Deformação	105
4.10.	Critérios de Resistência	106
4.10.1.	Critério de Ruptura para Materiais Frágeis	107
4.10.2.	Critério de Tresca ou da Tensão de Corte Máxima	107
4.10.3.	Critério de Von-Mises ou da Tensão Octaédrica Máxima	108
4.11.	Formulação Geral dos Problemas da Elasticidade	109
4.12.	Princípio de Saint-Venant	116
4.13.	Problemas	117
4.14.	Bibliografia	120



## **Capítulo V**

<b>Torção de Peças Lineares</b>	<b>121</b>
5.1. Introdução	121
5.2. Veio Cilíndrico de Secção Circular	121
5.3. Veio de Secção Circular Oco	125
5.4. Veio Prismático de Secção Arbitrária	126
5.4.1. Teoria de Saint-Venant	126
5.4.2. Veio de Secção Elíptica	131
5.5. A Analogia de Membrana	132
5.5.1. Teoria de Prandtl	132
5.5.2. Secção Circular	135
5.5.3. Secção Rectangular	137
5.5.4. Secção Tubular de Parede Fina	140
5.5.5. Secção Multicelular	142
5.6. Veio Circular de Diâmetro Variável	143
5.7. Problemas	148
5.8. Bibliografia	150

## **Capítulo VI**

<b>Flexão de Vigas</b>	<b>151</b>
6.1. Introdução	151
6.2. Flexão Pura duma Viga	152
6.3. Vigas Compostas de Vários Materiais	157
6.4. Flexão Desviada	159
6.5. Flexão Combinada com Esforço Normal	161
6.6. Flexão Combinada com Torção	162
6.6.1. Viga de Secção Circular	162
6.6.2. Viga de Secção Rectangular	164

6.7.	Flexão Combinada com Esforço Cortante	165
6.7.1.	O Esforço Rasante	166
6.7.2.	Viga de Secção Recta Rectangular	170
6.7.3.	Viga de Secção Recta Circular	171
6.7.4.	Viga de Secção Tubular Aberta	173
6.7.5.	Centro de Corte ou Centro de Torção	177
6.8.	Deformação Devido à Flexão	179
6.8.1.	Método da Integração da Elástica	179
6.8.2.	Método da Viga Conjugada	181
6.9.	Encurvadura. Teoria de Euler	184
6.10.	Flexão de Barras Curvas	188
6.11.	Problemas	191
6.12.	Bibliografia	195

## **Capítulo VII**

### **Problemas Planos** **197**

7.1.	Introdução	197
7.2.	Estado Plano de Deformação	198
7.3.	Estado Plano de Tensão	202
7.4.	Função de Tensão de Airy e Equação Biharmónica	205
7.5.	Soluções Polinomiais da Equação Biharmónica	208
7.5.1.	Função Polinomial do 2º Grau	208
7.5.2.	Função Polinomial do 3º Grau	210
7.5.3.	Função Polinomial do 4º Grau	211
7.6.	Flexão Pura numa Placa	213
7.7.	Flexão Plana numa Placa Encastrada	217
7.8.	Flexão no Plano numa Placa Simplesmente Apoiada	224
7.9.	Soluções Trigonómicas da Equação Biharmónica	227

7.10.	Problemas Planos em Coordenadas Polares	230
7.10.1.	Equações Gerais	230
7.10.2.	Funções de Airy em Coordenadas Polares	233
7.11.	Tensões num Cilindro de Parede Espessa	237
7.12.	Flexão Pura numa Barra Curva	240
7.13.	Flexão numa Barra Curva por Força Radial	243
7.14.	Tensões numa Placa com Furo Circular	245
7.15.	Problemas	250
7.16.	Bibliografia	253

## **Capítulo VIII**

### **Mecânica do Contacto** **255**

8.1.	Introdução	255
8.2.	O Problema de Boussinesq	256
8.3.	Contacto Entre Dois Corpos Esféricos. Teoria de Hertz	262
8.4.	Generalização da Teoria de Hertz a Superfícies não Esféricas	268
8.4.1.	Geometria do Contacto	268
8.4.2.	Distribuição da Pressão sobre a Área de Contacto	270
8.4.3.	Cálculo das Tensões de Contacto	274
8.5.	Contacto entre Dois Cilindros	276
8.6.	Efeito das Forças de Atrito	280
8.7.	Problemas	282
8.8.	Bibliografia	285

## **Capítulo IX**

### **Mecânica do Impacto** **287**

9.1.	Introdução	287
------	------------	-----

9.2.	Propagação de Ondas Longitudinais em Barras	290
9.3.	Reflexão e Sobreposição de Ondas	293
9.4.	Impacto Coaxial de Barras	296
9.5.	Diagrama Espaço-Tempo de Lagrange	298
9.6.	Barra com Variação Brusca de Secção	299
9.7.	Impacto Coaxial duma Massa Rígida numa Barra	302
9.8.	Propagação de Ondas de Torção	306
9.9.	Ondas de Volume num Meio Tridimensional	309
9.10.	Ondas de Superfície (Ondas de Rayleigh)	312
9.11.	Reflexão e Refracção de Ondas numa Interface	312
9.11.1.	Interface Fluido-Vácuo	313
9.11.2.	Interface Sólido-Vácuo	315
9.11.3.	Interface Sólido-Sólido. Onda Incidente P	320
9.11.4.	Interface Sólido-Sólido. Onda Incidente S	322
9.12.	Fracturas Produzidas por Ondas de Tensão	323
9.13.	Problemas	328
9.14.	Bibliografia	331

## **Capítulo X**

### **Análise Experimental de Tensões      333**

10.1.	Introdução	333
10.2.	Extensómetros Mecânicos	335
10.3.	Extensómetros de Cordas Vibrantes	337
10.4.	Extensometria Eléctrica	338
10.4.1.	Princípio de Funcionamento	338
10.4.2.	Extensómetros de Folha Metálica	341
10.4.3.	Factor de Sonda e Sensibilidade Transversal	343
10.4.4.	O Efeito da Temperatura nos Extensómetros	344

10.4.5. Seleção do Tipo de Extensômetro	348
10.4.6. Colagem dos Extensômetros	353
10.4.7. Instrumentação	354
10.4.8. Circuito da Ponte de Wheatstone	356
10.4.9. Análise de Rosetas	360
10.5. Fotoelasticidade	365
10.5.1. Introdução	365
10.5.2. Luz Ordinária e Luz Polarizada	366
10.5.3. Polarizadores Planos	371
10.5.4. Placas Birrefringentes e Placas Quarto-de-Onda	372
10.5.5. Birrefringência Acidental	375
10.5.6. Polariscópios	377
10.5.7. Tensões no Modelo e no Protótipo	385
10.5.8. Polariscópio de Reflexão	386
10.5.9. O Efeito Fotoelástico com Luz Branca	388
10.6. Revestimentos Frágeis	388
10.7. Método de Moiré	390
10.8. Técnicas Holográficas	393
10.8.1. Introdução	393
10.8.2. Gravação e Reconstrução dum Holograma	394
10.8.3. Interferometria Holográfica	397
10.9. Problemas	403
10.10. Bibliografia	406
Índice das Matérias	407